

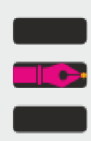
Theory & Objective

Thoroughly Revised & Improved Edition

Strength of Material पदार्थ प्रबलता

*By
Team of
Engineers Academy*

- State Engineering Services Examinations.
- Public Sector Examinations.
- JEn (UPSSSC, SSC, RRB & State Level)
- Other Technical JEn Competitive Exams.

 **EAPublications[®]**

ENGINEERS ACADEMY PUBLICATIONS

 www.eapublications.com

 + 91-80944 41777

CONTENTS

S.No.	Topic	Page No.
1.	प्रतिबल एवं विकृति (Stress & Strain)	1 – 24
	Practice Sheet	25 – 33
2.	मुख्य प्रतिबल (Principal Stress)	34 – 48
	Practice Sheet	49 – 55
3.	कर्तन प्रतिबल एवं बंकन आघूर्ण (Shear Force & Bending Moment)	56 – 66
	Practice Sheet	67 – 79
4.	नमन प्रतिबल (Bending Stress)	80 – 87
	Practice Sheet	88 – 92
5.	कर्तन प्रतिबल (Shear Stress)	93 – 98
	Practice Sheet	99 – 101
6.	मरोड़ आघूर्ण (Torsion)	102 – 109
	Practice Sheet	110 – 113
7.	विस्थापन एवं ढलान (Deflection & Slope)	114 – 122
	Practice Sheet	123 – 126
8.	कॉलम एवं स्ट्रुट (Column & Strut)	127 – 131
	Practice Sheet	132 – 134
9.	स्प्रिंग (Spring)	135 – 139
	Practice Sheet	140 – 143
10.	दाब कोश (Pressure Vessel)	144 – 148
	Practice Sheet	149 – 153



प्रतिबल एवं विकृति (STRESS & STRAIN)

1.1 | पदार्थ (MATERIAL)

पदार्थों को तीन वर्गों में वर्गीकृत किया जा सकता है—

- (1) प्रत्यास्थ पदार्थ (elastic materials),
- (2) सुघट्य पदार्थ (plastic material) तथा
- (3) दृढ़ पदार्थ (rigid material)।

प्रत्यास्थ पदार्थ वह पदार्थ है जिन पर बाह्य बल लगाने से उनके आकार में परिवर्तन (विरूपण) होता है। जब बाह्य बलों को हटा दिया जाता है तो विरूपण (deformation) भी समाप्त हो जाता है तथा पदार्थ अपनी प्रारम्भिक अवस्था में आ जाता है।

सुघट्य पदार्थ (plastic material) पर बल लगाने से एक सतत विरूपण (continuous deformation) होता है। यह एक स्थाई विरूपण होता है अर्थात् बाह्य बल हटाने पर सुघट्य पदार्थ अपनी प्रारम्भिक अवस्था में नहीं आता है।

दृढ़ पदार्थ (rigid material) पर बाह्य बल लगाने से उनमें किसी भी प्रकार का विरूपण नहीं होता है।

1.2 | भारों के प्रकार (KINDS OF LOADS)

ये निम्न प्रकार वर्गीकृत किए जाते हैं—

1. **अचल भार (Dead Loads)** – जो भार सदैव अपना मान बदले बिना कार्य करते हैं और जिनकी क्रिया स्थिति भी निश्चित होती है, अचल भार कहलाते हैं। जैसे— ढाँचे (structure) के सदस्यों का भार, मशीन का स्वयं का भार, खम्भों पर केबलों का भार आदि। सामान्यतया अचल भार ऊर्ध्वाधर दिशा में कार्य करते हैं। इनको स्थाई भार भी कहा जाता है।
2. **चल भार (Live Loads)** – चल भार किसी संरचना पर स्थाई तौर पर कार्य नहीं करते हैं। इनका मान तथा क्रिया बिन्दु स्थिर नहीं रहते। जैसे— भवनों में मनुष्य, सामान, फर्नीचर आदि।
3. **अक्षीय तथा अनुप्रस्थ भार (Axial Loads)** – जो भार किसी पिण्ड की लम्बाई के अक्ष पर उनके समानान्तर दिशा में कार्य करते हैं, अक्षीय भार कहलाते हैं। ये दो प्रकार से लगाए जा सकते हैं—(a) पिण्ड की लम्बाई के

अक्ष से होते हुए; ये केन्द्रीय भार कहलाते हैं। (b) पिण्ड की लम्बाई के अक्ष के समानान्तर कुछ दूरी पर, ये उत्केन्द्रित (eccentric) भार कहलाते हैं।

अनुप्रस्थ भार पिण्ड की लम्बाई के लम्ब दिशा में कार्य करते हैं।

अक्षीय भारों को सीधे भार (direct loads) तथा अनुप्रस्थ भारों को कर्तन भार (shear loads) भी कहा जाता है।

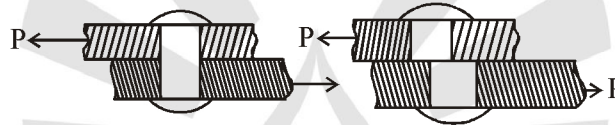
4. तनाव, संपीडन तथा कर्तन भार

(अ) **तनाव भार (Tensile Load)** – यह वह भार है जो अवयव को खींचने का प्रयास करता है। तनाव भार के कारण अवयव की लम्बाई में वृद्धि हो सकती है।

(ब) **संपीडन भार (Compressive Load)** – यह वह भार है जो किसी अवयव को दबाने का प्रयास करता है। संपीडन भार के कारण अवयव की लम्बाई घट सकती है।

तनाव तथा संपीडन भारों को सीधे भार भी कहते हैं।

(स) **कर्तन भार (Shear Load)** – कर्तन भार या अनुप्रस्थ भार किसी अवयव की लम्बाई की अक्ष के लम्बरूप क्रिया करते हैं। इसे रिबेट जोड़ की सहायता से समझा जा सकता है।



चित्र

चित्र में एक रिबेट जोड़ (riveted joint) दिखाया गया है। चित्र में दोनों प्लेटों पर खिंचाव बल या तनाव बल विपरीत दिशाओं में कार्य कर रहे हैं। यदि यह बल रिबेट को तोड़ने के लिए पर्याप्त है तो रिबेट चित्र के अनुसार टूट जाएगी। ऊपर वाली प्लेट में रिबेट का भाग बाँई ओर तथा नीचे वाली प्लेट में रिबेट दोनों प्लेटों के बीच सम्पर्क समतल पर कटकर फिसल जाएगी। इस क्रिया को रिबेट का कर्तन (shear) कहते हैं तथा प्लेटों में लगाया गया बल P कर्तन भार कहा जाता है।

1.3 | बाह्य भारों के प्रभाव में पदार्थों का व्यवहार (BEHAVIOUR OF MATERIALS SUBJECTED TO EXTERNAL LOADS)

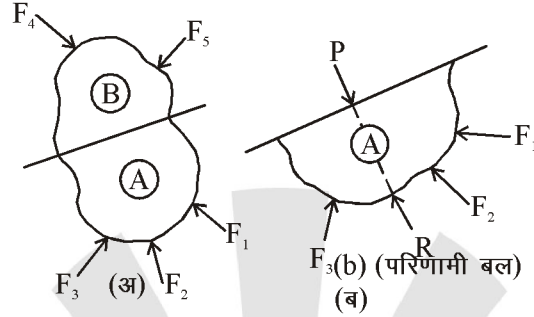
1.3.1 प्रतिबल तथा विकृति की संकल्पना (Concept of Stress and Strain)

प्रत्येक पदार्थ में प्रत्यास्थता (elasticity) का गुण होता है। इसके कारण जब पदार्थ पर बाह्य बल कार्य करते हैं तो उसके आकार में परिवर्तन या विरूपण (deformation) होना प्रारम्भ हो जाता है। जैसे-जैसे पदार्थ के आकार में परिवर्तन होता है तो उसका विरोध करने के लिए आन्तरिक प्रतिरोध (internal resistance) उत्पन्न हो जाता है। उन प्रतिरोधी बलों का मान पिण्ड के आकार में परिवर्तन के साथ-साथ बढ़ता जाता है और जब बाह्य बलों का पूर्ण प्रतिरोध प्राप्त हो जाता है तो विरूपण रुक जाता है। इस स्थिति में पिण्ड (body) स्थैतिक सन्तुलन में आ जाता है। पिण्ड के आकार में परिवर्तन या विरूपण (deformation) विकृति (strain) तथा आन्तरिक प्रतिरोध (internal resistance) प्रतिबल (stress) कहलाते हैं।

1.3.2 आन्तरिक प्रतिरोधी बल (Internal Resistive Forces)

माना कि किसी पिण्ड पर बाह्य ओर से F_1, F_2, F_3, F_4 तथा F_5 बल कार्य कर रहे हैं (चित्र)। इन बलों के प्रभाव में पिण्ड स्थैतिक सन्तुलन में है। माना कि पिण्ड को अनुप्रस्थ काट (cross-section) X-X पर काटा जाता है और पिण्ड के X-X से नीचे वाले खण्ड (A) पर विचार किया जाता है। चूँकि पूरा पिण्ड स्थैतिक सन्तुलन में है, अतः इस पिण्ड का प्रत्येक

खण्ड भी स्थैतिक सन्तुलन में होगा। इसलिए पिण्ड का खण्ड (A) भी सन्तुलन में होगा (चित्र)। इस खण्ड पर बाह्य बल F_1, F_2 तथा F_3 कार्य कर रहे हैं। माना कि इनका परिणामी बल R है। खण्ड A को सन्तुलन में रखने के लिए परिणामी बल R के बराबर तथा विपरीत दिशा में एक प्रतिक्रिया बल P अवश्य लगाना चाहिए। यह प्रतिक्रिया बल P खण्ड B द्वारा खण्ड A की काट रेखा X-X पर लगाया जाता है। बल P पिण्ड के अन्दर से लगता है अतः इसे आन्तरिक प्रतिरोध (internal resistance) कहते हैं।



चित्र

उपरोक्त आधार पर पिण्ड को अन्य किसी भी काट पर काटा जा सकता है। प्रत्येक दशा में खण्डों पर कार्य करने वाले बाह्य बलों का सन्तुलन बनाए रखने के लिए पिण्ड के अन्दर से प्रतिरोध स्वरूप बल लगते हैं। इन बलों को आन्तरिक प्रतिरोधी बल (internal resistive force) कहा जाता है। ये प्रतिरोधी बल ही प्रतिबल (stress) कहलाते हैं।

1.3.3 प्रतिबल तीव्रता (Intensity of Stress) (σ)

आन्तरिक प्रतिरोधी बलों को पिण्ड की काट रेखा X-X पर समान रूप में बँटा हुआ माना जाता है। इनकी तीव्रता प्रतिबल तीव्रता (intensity of stress) या केवल प्रतिबल (stress) कहलाती है। अतः काट के इकाई क्षेत्रफल पर उपजे आन्तरिक प्रतिरोधी बल को प्रतिबल तीव्रता कहते हैं।

माना कि किसी छड़ की अनुप्रस्थ-काट पर उत्पन्न हुए प्रतिबल का मान एक समान है तथा अनुप्रस्थ-काट का क्षेत्रफल A है तो प्रतिबल की तीव्रता

$$\sigma = \frac{R}{A}$$

$$\therefore R = P \text{ अतः प्रतिबल तीव्रता, } \sigma = \frac{P}{A}$$

अतः किसी पिण्ड के इकाई क्षेत्रफल पर कार्यरत आन्तरिक प्रतिरोधी बल प्रतिबल तीव्रता कहलाते हैं। प्रतिबल तीव्रता को प्रतिबल (stress) के नाम से भी जाना जाता है।

यदि बल का मात्रक न्यूटन (N) तथा छड़ की अनुप्रस्थ-काट का क्षेत्रफल मिमी.² में हो तो प्रतिबल तीव्रता का मात्रक न्यूटन/मिमी.² या N/mm^2 होगी।

1.3.4 विकृति (Strain)

हम जानते हैं कि जब किसी पिण्ड पर बाह्य बल लगाया जाता है तो पिण्ड के आकार में परिवर्तन (विरूपण) होता है। इस विरूपण की माप ही विकृति (strain) कहलाती है। इसे e द्वारा प्रदर्शित करते हैं।

अतः लम्बाई में परिवर्तन की दर विकृति कहलाती है।

माना कि पिण्ड की प्रारम्भिक लम्बाई l तथा पिण्ड की लम्बाई में परिवर्तन δl है। तब विकृति की परिभाषा के अनुसार

$$\text{विकृति (strain), } e = \frac{\delta l}{l} \text{ विकृति का कोई मात्रक नहीं होता।}$$

1.4 | प्रतिबलों के प्रकार (TYPES OF STRESSES)

बाह्य भारों के अनुसार सामान्यतः प्रतिबलों को निम्न तीन वर्गों में वर्गीकृत किया जाता है—

(अ) **तनाव प्रतिबल (Tensile Stress)** – जब किसी पिण्ड पर समान एवं विपरीत खिंचाव बल (tensile pull) लगता है तो पिण्ड में उत्पन्न हुए प्रतिबल को तनाव प्रतिबल (tensile stress) कहते हैं।

माना कि पिण्ड के अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल A है तो तनाव प्रतिबल (tensile stress),

$$\sigma = \frac{P}{A} \text{ N/mm}^2$$

(ब) **संपीडन प्रतिबल (Compressive Stress)** – जब किसी पिण्ड पर समान और विपरीत बल संपीडन में लगते हैं या पिण्ड को दबाते हैं तो पिण्ड में उत्पन्न हुए प्रतिबल को संपीडन प्रतिबल (compressive stress) कहते हैं।

माना कि छड़ की अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल A है तब

संपीडन प्रतिबल,

$$\sigma = \frac{P}{A} \text{ N/mm}^2$$

(स) **कर्तन प्रतिबल (Shear Stress)** – जब किसी पिण्ड पर कर्तन बल कार्यरत हो तो उसमें उत्पन्न प्रतिबल को स्पर्शीय प्रतिबल या कर्तन प्रतिबल कहते हैं। चित्र में रिबेट में कर्तन बल P कार्य करता दिखाया गया है। P के कारण रिबेट में कर्तन प्रतिबल उत्पन्न हो जाता है। कर्तन प्रतिबल को सामान्यतः q से प्रदर्शित करते हैं। माना कि रिबेट की अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल A मिमी.² है तो कर्तन प्रतिबल (shear stress),

$$q = \frac{P}{A} \text{ N/mm}^2$$

1.5 | विकृति के प्रकार (TYPES OF STRAIN)

विकृति को निम्न प्रकारों में बाँटा जा सकता है—

(अ) **तनाव तथा संपीडन विकृति (Tensile and Compressive Strains)** – जब किसी छड़ पर तनाव बल P लगाया जाता है तो छड़ की लम्बाई बढ़ जाती है। माना कि छड़ की प्रारम्भिक लम्बाई l है। तनाव बल लगाने पर यह लम्बाई बढ़कर $(l + \delta l)$ हो जाती है। अतः छड़ की लम्बाई में δl की वृद्धि (elongation) हो जाती है। लम्बाई में वृद्धि और प्रारम्भिक लम्बाई का अनुपात तनाव विकृति (tensile strain) कहलाता है। विकृति को e से प्रदर्शित करते हैं।

अतः तनाव विकृति

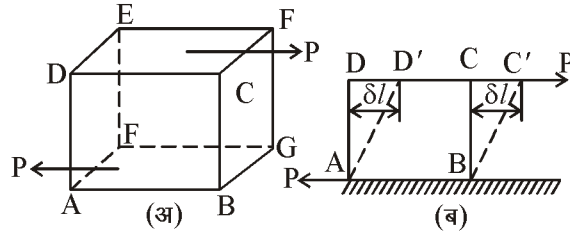
$$(e) = \frac{\text{लम्बाई में वृद्धि}}{\text{प्रारम्भिक लम्बाई}} = \frac{\delta l}{l}$$

अब अगर किसी छड़ पर संपीडन बल P लगाया जाता है तो छड़ की प्रारम्भिक लम्बाई l घटकर $(l - \delta l)$ हो जाती है। अतः छड़ में δl का संकुचन (contraction) हो जाता है। लम्बाई में संकुचन तथा प्रारम्भिक लम्बाई का अनुपात संपीडन विकृति (compressive strain) कहलाता है।

अब संपीडन विकृति

$$(e) = \frac{\text{लम्बाई में कमी}}{\text{प्रारम्भिक लम्बाई}} = \frac{\delta l}{l}$$

(ब) कर्तन विकृति (Shear Strain) – कर्तन बल के प्रभाव से किसी घनाकार पिण्ड पर उत्पन्न कोणीय विरूपण (angular deformation) का मापन (measure) कर्तन विकृति (shear strain) कहलाता है।



चित्र

चित्र में एक धन ABCD दिखाया गया है जिसकी भुजा की लम्बाई l है। इसका निचला तल AB बद्ध (fixed) है। इसके ऊपरी तल CD में एक स्पर्शीय बल (tangential force) P कार्यरत है। क्योंकि पिण्ड सन्तुलन की अवस्था में है अतः बद्ध (Fixed) तल AB पर भी एक बल P , जो कि ऊपरी तल CD पर कार्यरत स्पर्शीय बल P के बराबर तथा विपरीत दिशा में है, कार्य करेगा। अब चित्र के अनुसार स्पर्शीय बल P के प्रभाव से पिण्ड का ऊपरी तल CD विस्थापित हो जाता है। CD की नई स्थिति $C'D'$ हो जाती है। निचला तल AB बद्ध होने के कारण अपने स्थान पर ही स्थिर रहता है। इस प्रकार पिण्ड के तल AD और BC स्पर्शीय बल P के प्रभाव से विस्थापित होकर नई स्थिति क्रमशः AD' तथा BC' में आ जाते हैं। माना कि AD' , AD से ϕ कोण बनाता है। इस कोणीय विस्थापन $\angle DAD' = \angle CBC' = \phi$ को ही कर्तन विकृति (shear strain) कहते हैं। इसे प्रायः e_s से प्रदर्शित किया जाता है। क्योंकि बल P , CD के तल में ही कार्य करता है अतः इसे कर्तन बल (shear force) कहते हैं।

अब कर्तन बल तीव्रता,

$$q = \frac{P}{\text{तल CDEF का क्षेत्रफल}} = \frac{P}{l \times l}$$

कर्तन विकृति,

$$e_s = \frac{DD'}{AD} = \frac{CC'}{BC}$$

$\therefore$

$$e_s = \tan \phi$$

यदि कोण ϕ बहुत छोटा हो तो

$$\tan \phi = \phi \text{ रेडियन (लगभग)}$$

अतः कर्तन विकृति

$$e_s = \phi$$

सबसे ऊपरी सतह में फिसलन अधिकतम तथा सबसे निचली सतह पर फिसलन शून्य होती है। अतः ABCD के सारे पदार्थ में कर्तन (shear) होता है।

(स) आयतन विकृति (Volumetric Strain) – हम जानते हैं कि पिण्ड पर कोई बल कार्य करता है तो उसकी आकृति में परिवर्तन हो जाता है। अब माना कि किसी आयताकार ठोस के सभी तलों या कुछ तलों पर बल लगाया जाए तो उन सभी तलों की विमाओं में परिवर्तन होगा। अतः आयताकार ठोस के आयतन में भी कुछ परिवर्तन होगा। इस प्रकार पिण्ड के आयतन में परिवर्तन एवं प्रारम्भिक आयतन का अनुपात आयतन विकृति कहलाता है। उसे साधारणतया e_v से प्रदर्शित किया जाता है।

अतः आयतन विकृति,

$$(e_v) = \frac{\text{आयतन में परिवर्तन } (\delta V)}{\text{प्रारम्भिक आयतन } (V)}$$

PRACTICE SHEET

Objective Questions

- Tangential force is also known as-
अनुप्रस्थ भार _____ भार भी कहलाते हैं।
(a) Shear force (कर्तन भार)
(b) Maximum force (अधिकतम भार)
(c) Axial force (अक्षिय भार)
(d) Working force (कार्यकारी भार)
- According to _____ law the stress within the elastic limit is directly proportional to the strain produced-
_____ के नियम के अनुसार प्रत्यास्थता सीमा के अन्दर प्रतिबल तीव्रता उत्पन्न विकृति के समानुपाती होती है—
(a) Unwin force (अनविन भार)
(b) Hook's (हुक)
(c) Euler (आयलर)
(d) Rankine (रैंकिन)
- The deformation of bar under its own weight as compared to the deformation of same bar subjected to an external force is
किसी छड़ में स्वयं के भार के कारण विरूपण छड़ के सिरे पर बाह्य बल लगाने पर छड़ में उत्पन्न हुए विरूपण का _____ होता है।
(a) Double (दुगुना) (b) Four times (चार गुना)
(c) Half (आधा) (d) Six times (छः गुना)
- The property of a material by virtue of which it is to be drawn into wire is called.
पदार्थ के उस गुण को जिसके कारण पदार्थ के तार खींचे जा सकते हैं, _____ कहते हैं।
(a) Malleability (कुट्टयता)
(b) Toughness (कड़ापन)
(c) Brittleness (भंगुरता)
(d) Ductility (तन्यता)
- The property of material by virtue of which it opposes the deformation due to external force is called.
पदार्थ के उस गुण को जिसके कारण पदार्थ बाह्य बल के कारण उत्पन्न विरूपण का विरोध करता है _____ कहते हैं।
(a) Strength (सामर्थ्य)
(b) Toughness (कड़ापन)
(c) Stiffness (दुर्नम्यता)
(d) Brittleness (भंगुरता)
- The Poisson's ratio for steel varies from-
इस्पात का पाइजॉन अनुपात _____ तक होता है।
(a) 0.25 - 0.33 (b) 0.23 - 0.27
(c) 0.31 - 0.35 (d) 0.32 - 0.42
- A mild steel material is
मृदु इस्पात एक _____ पदार्थ है।
(a) Ductile (तन्य) (b) Brittle (भंगुर)
(c) Plastic (कुट्टय) (d) Elastic (प्रत्यास्थ)
- A cast iron material is
ढलवाँ लोहा एक _____ पदार्थ है।
(a) Ductile (तन्य)
(b) Brittle (भंगुर)
(c) Plastic (कुट्टय)
(d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- The strain normal to the axial load is known as-
_____ विकृति अक्षीय भार की दिशा में लम्बरूप माप में होने वाली विकृति होती है।
(a) Longitudinal (अनुदैर्घ्य)
(b) Lateral (पार्श्विक)
(c) Volumetric (आयतन)
(d) None of these (इनमें से कोई नहीं)

10. Energy stored in a material within elastic limit is called -
प्रत्यास्थता सीमा के अन्दर विकृति के कारण किसी पदार्थ में अवशोषित ऊर्जा _____ कहलाती है।
(a) Stress energy (प्रतिबल ऊर्जा)
(b) Strain energy (विकृति ऊर्जा)
(c) Toughness (कड़ापन)
(d) None (कोई नहीं)
11. The maximum stress induced in body under proof load is called-
प्रमाण भार लगने से पिण्ड में उत्पन्न अधिकतम प्रतिबल को _____ कहते हैं।
(a) Maximum stress (अधिकतम प्रतिबल)
(b) Working stress (कार्यकारी प्रतिबल)
(c) Stress intensity (प्रतिबल तीव्रता)
(d) Ultimate stress (चरम प्रतिबल)
12. For perfectly rigid body, the young's modulus of elasticity is equal to-
एक त्रुटिहीन ऋतु पिण्ड के लिए, प्रत्यास्था का यंग मॉड्युलस इसके समान है-
(a) One (एक) (b) Zero (शून्य)
(c) Infinity (असीम) (d) Two (दो)
13. The length of a body is reduced due to two equal and opposite force along the longitudinal axis of the body. the body is subjected to-
किसी छड़ पर अक्षीय दिशा में दो समान तथा विपरीत बलों के लगने के कारण छड़ की लम्बाई में कमी होती है, तो उस छड़ में होगा-
(a) Tensile load (तनाव भार)
(b) Compressive load (सम्पीडन भार)
(c) Shear force (कर्तन भार)
(d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
14. The strain is the ratio of-
विकृति अनुपात है-
(a) Change in volume and original volume (आयतन में परिवर्तन और प्रारम्भिक आयतन का)
(b) Change in length and original length (लम्बाई में परिवर्तन और प्रारम्भिक लम्बाई का)
(c) Change in cross-sectional area and original area (काट के क्षेत्रफल में परिवर्तन और काट के प्रारम्भिक क्षेत्रफल का)
(d) Any one of the above (उपरोक्त में से कोई भी)
15. Young modulus is ratio of-
यंग मापांक अनुपात है-
(a) Volumetric stress and volumetric strain (आयतन प्रतिबल और आयतन विकृति का)
(b) Lateral stress and lateral strain (पार्श्व प्रतिबल और पार्श्व विकृति का)
(c) Longitudinal stress and longitudinal strain (अनुदैर्घ्य प्रतिबल और अनुदैर्घ्य विकृति का)
(d) Shear stress and shear strain (कर्तन प्रतिबल और कर्तन विकृति का)
16. The length of the specimen under compression is-
वस्तु के सम्पीडन में होने से उसकी लम्बाई में-
(a) Increase (वृद्धि होती है)
(b) Decrease (कमी होती है)
(c) Neither decrease nor increase (लम्बाई में कमी और वृद्धि दोनों होती हैं)
(d) None of these (कुछ भी नहीं)
17. The unit of young modulus is-
यंग मापांक का मात्रक होता है-
(a) kg/mm (b) kg/cm
(c) kg/cm² (d) kg-cm
18. The ratio of ultimate stress and working stress of material is
किसी पदार्थ के अन्तिम प्रतिबल और कार्यकारी प्रतिबल का अनुपात होता है-
(a) Poisson ratio (पाइजन अनुपात)
(b) Lateral strain (पार्श्व विकृति)
(c) Factor of safety (सुरक्षा गुणांक)
(d) Longitudinal strain (अनुदैर्घ्य विकृति)

ANSWER SHEET

- | | | | | |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| 1. Ans. (c) | 16. Ans. (b) | 31. Ans. (a) | 46. Ans. (a) | 61. Ans. (d) |
| 2. Ans. (b) | 17. Ans. (c) | 32. Ans. (c) | 47. Ans. (c) | 62. Ans. (a) |
| 3. Ans. (c) | 18. Ans. (c) | 33. Ans. (a) | 48. Ans. (c) | 63. Ans. (c) |
| 4. Ans. (d) | 19. Ans. (d) | 34. Ans. (b) | 49. Ans. (c) | 64. Ans. (c) |
| 5. Ans. (c) | 20. Ans. (c) | 35. Ans. (a) | 50. Ans. (c) | 65. Ans. (c) |
| 6. Ans. (a) | 21. Ans. (d) | 36. Ans. (b) | 51. Ans. (b) | 66. Ans. (d) |
| 7. Ans. (a) | 22. Ans. (c) | 37. Ans. (c) | 52. Ans. (d) | 67. Ans. (c) |
| 8. Ans. (b) | 23. Ans. (b) | 38. Ans. (b) | 53. Ans. (a) | 68. Ans. (b) |
| 9. Ans. (b) | 24. Ans. (c) | 39. Ans. (d) | 54. Ans. (c) | 69. Ans. (c) |
| 10. Ans. (b) | 25. Ans. (d) | 40. Ans. (c) | 55. Ans. (a) | |
| 11. Ans. (d) | 26. Ans. (c) | 41. Ans. (a) | 56. Ans. (b) | |
| 12. Ans. (c) | 27. Ans. (b) | 42. Ans. (c) | 57. Ans. (d) | |
| 13. Ans. (b) | 28. Ans. (b) | 43. Ans. (b) | 58. Ans. (b) | |
| 14. Ans. (d) | 29. Ans. (d) | 44. Ans. (b) | 59. Ans. (a) | |
| 15. Ans. (c) | 30. Ans. (d) | 45. Ans. (c) | 60. Ans. (c) | |

□□□

ENGINEERS ACADEMY



मुख्य प्रतिबल (PRINCIPAL STRESS)

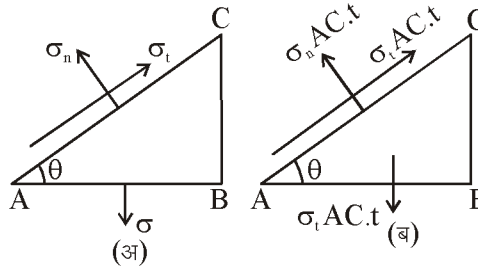
2.1 | मुख्य समतल तथा मुख्य प्रतिबल (PRINCIPAL PLANES AND PRINCIPAL STRESSES)

किसी विकृत पदार्थ (strained material) में किसी बिन्दु पर परस्पर लम्बवत् तीन समतल, जिन पर केवल अभिलम्ब प्रतिबल (normal stress) कार्य करते हैं तथा जिन पर कोई भी स्पर्शीय प्रतिबल (tangential stress) या कर्तन प्रतिबल (shear stress) नहीं होता, मुख्य समतल (principal planes) कहलाते हैं। प्रत्येक मुख्य समतल पर कार्य कर रहे सीधे प्रतिबल (direct stress) या अभिलम्ब प्रतिबल (normal stress), मुख्य प्रतिबल (principal stresses) कहलाते हैं। तीनों मुख्य समतलों में जिस समतल पर अभिलम्ब प्रतिबल का मान अधिकतम होता है, उच्च मुख्य समतल (major principal plane) कहलाती है तथा अधिकतम अभिलम्ब प्रतिबल को उच्च मुख्य प्रतिबल (major principal stress) कहते हैं। मुख्य समतलों में से जिस मुख्य समतल पर अभिलम्ब प्रतिबल का मान न्यूनतम (minimum) होता है, उस समतल को निम्न मुख्य समतल (minor principal plane) तथा न्यूनतम अभिलम्ब प्रतिबल को निम्न मुख्य प्रतिबल (minor principal stress) कहते हैं।

अब हम विभिन्न स्थितियों में तिर्यक (oblique) काट पर उत्पन्न प्रतिबल को ज्ञात करेंगे।

2.1.1 तनावी प्रतिबल (Tensile Stress)

माना कि किसी छड़ पर एक अक्षीय तनावी प्रतिबल P कार्य कर रहा है। तब छड़ के किसी अनुप्रस्थ काट AB पर सिर्फ अभिलम्ब प्रतिबल कार्य करता है। अब हम किसी समतल AC पर जो AB से θ कोण बनाता है, प्रतिबल ज्ञात करेंगे। यह प्रतिबल समतल AC के न तो लम्बवत् होता है और न ही स्पर्शीय होता है। माना कि इस प्रतिबल के दो वियोजित भाग समतल AC के लम्बवत् दिशा में p_n तथा स्पर्शीय दिशा में p_t है।



चित्र

चित्र में त्रिभुजाकार प्रिज्म (triangular prism) ABC के समतलों पर कार्यरत प्रतिबल दिखाए गए हैं।

चूँकि छड़ पर सिर्फ अक्षीय तनावी बल है जो कि समतल AB की लम्बवत् दिशा में कार्य करता है अतः AB की स्पर्शीय दिशा में कोई भी बल कार्य नहीं कर सकता है अर्थात् समतल BC पर कोई भी प्रतिबल कार्य नहीं कर सकता।

अब सन्तुलन के लिए प्रतिबल σ का वियोजित भाग σ_n समतल AC पर ऊपर की ओर कार्य करता है। माना कि प्रिज्म की मोटाई t है। चित्र में प्रिज्म के समतलों पर कार्यरत बलों को दर्शाया गया है।

समतल AB के अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल $AB \cdot t$ है। इसी प्रकार समतल AC के अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल $AC \cdot t$ है। अतः समतल AB पर $\sigma \cdot AB \cdot t$ बल नीचे की ओर कार्य करता है। समतल AC पर दो बल कार्य करते हैं। समतल AC के लम्बवत् बल $\sigma_n \cdot AC \cdot t$ तथा समतल AC के स्पर्शीय बल $\sigma_t \cdot AC \cdot t$ कार्य करते हैं।

बलों को समतल AC के लम्बवत् दिशा में वियोजित (resolve) करने पर,

$$\sigma_n = \sigma \cos^2 \theta \quad \dots(1)$$

अब बलों को समतल AC की स्पर्शीय दिशा में वियोजित करने पर,

$$\sigma_t = \frac{\sigma}{2} \sin 2\theta \quad \dots(2)$$

परिणामी प्रतिबल (resultant stress),

$$\sigma = \sqrt{\sigma_n^2 + \sigma_t^2} \quad \dots(3)$$

अधिकतम अभिलम्ब प्रतिबल (maximum normal stress) कोण $\theta = 0^\circ$ पर होता है, और यह सीधे प्रतिबल σ के बराबर होता है। इस प्रकार अधिकतम अभिलम्ब प्रतिबल के लिए त्रिक काट AC, अनुप्रस्थ काट AB पर होना चाहिए। अर्थात् अक्षीय बल (axial force) की क्रिया रेखा (line of action) के लम्बवत् बल AB ही अधिकतम अभिलम्ब प्रतिबल को वहन करता है।

इसी प्रकार कर्तन प्रतिबल (shear stress) या स्पर्शीय प्रतिबल (tangential stress) σ_t का अधिकतम मान तिर्यक काट AC पर तभी प्राप्त होगा, जबकि $\sin 2\theta = 1$ या $2\theta = 90^\circ$ या $\theta = 45^\circ$ या $\theta = 135^\circ$ हो। अतः कर्तन प्रतिबल का अधिकतम मान दो समतलों पर प्राप्त होगा जो समतल AB से क्रमशः 45° तथा 135° कोण पर झुके हों।

$\therefore$ अधिकतम कर्तन प्रतिबल,

$$\begin{aligned} p_{t(\max)} &= \frac{\sigma}{2} \sin 90^\circ = \frac{\sigma}{2} \\ &= \frac{1}{2} \times \text{सीधा प्रतिबल (direct stress)} \end{aligned}$$

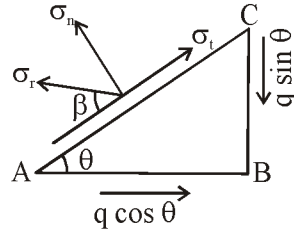
परिणामी प्रतिबल का अधिकतम मान तभी प्राप्त होगा जबकि $\theta = 0^\circ$

समीकरणों (1), (2) तथा (3) से स्पष्ट है कि प्रतिबलों के मान पिण्ड की मोटाई पर निर्भर नहीं करते हैं। इस कारण से पिण्ड की मोटाई इकाई मानी जा सकती है।

2.1.1 कर्तन बल की सरल अवस्था (Pure Shear)

माना कि समतल AB पर केवल कर्तन प्रतिबल (shear stress) q कार्य कर रहा है। पिण्ड को सन्तुलन में रखने के लिए कर्तन प्रतिबल q के बराबर और विपरीत दिशा में कर्तन प्रतिबल q समतल BC पर कार्य करने लगता है। यह समतल AB पर लगे कर्तन प्रतिबल का बराबर complimentary कर्तन प्रतिबल कहलाता है। हमें तिर्यक काट (oblique section) AC या अभिलम्ब प्रतिबल σ_n तथा स्पर्शीय प्रतिबल σ_t ज्ञात करने हैं।

समतल AC के क्षेत्रफल को इकाई मानने पर चित्र में बलों को कार्य करते हुए दर्शाया गया है।



चित्र

अब तिर्यक काट AC के अभिलम्ब सभी बलों के घटक (components) लेने पर,

$$\sigma_n = q \sin 2\theta \quad \dots(4)$$

और,

$$\sigma_t = -q \cos 2\theta \quad \dots(5)$$

समीकरण (5) से स्पष्ट है कि स्पर्शीय प्रतिबल (tangential stress) σ_t समतल AC पर नीचे की ओर कार्य करता है। लेकिन यह नीचे की ओर तब तक ही कार्य करता है जब तक कि समतल AC, समतल AB से 45° से कम कोण बनाता है।

परिणामी प्रतिबल (resultant stress),

$$\sigma_r = \sqrt{\sigma_n^2 + \sigma_t^2} = \sqrt{q^2 \sin^2 2\theta + q^2 \cos^2 2\theta} = q$$

$$\tan \beta = \frac{\sigma_n}{\sigma_t} = \frac{q \sin 2\theta}{q \cos 2\theta} = \tan 2\theta$$

$\therefore$

$$\beta = 2\theta$$

समीकरण (4) से स्पष्ट है कि अभिलम्ब प्रतिबल σ_n का अधिकतम मान तभी प्राप्त होगा जबकि $\theta = 45^\circ$ और समीकरण (5) से स्पष्ट है कि इस कोण पर स्पर्शीय प्रतिबल (tangential stress) का मान न्यूनतम होता है। इस प्रकार यह कहा जा सकता है कि 45° के कोण पर झुके तिर्यक काट पर अभिलम्ब प्रतिबल σ_n का मान अधिकतम (q) होता है तथा स्पर्शीय प्रतिबल σ_t का मान न्यूनतम (शून्य) होता है।

2.1.2 एक समतल में एक सीधे प्रतिबल के साथ-साथ कर्तन प्रतिबल (Normal Tensile and Shear Stress)

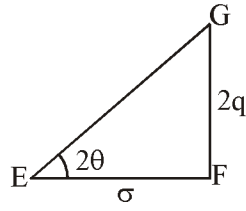
माना कि एक समकोण त्रिभुजाकार प्रिज्म के फलक AB पर तनाव प्रतिबल σ तथा कर्तन प्रतिबल q कार्य करते हैं। सरल कर्तन प्रतिबल के सिद्धान्त के अनुसार प्रिज्म के फलक CB पर भी कर्तन प्रतिबल q उत्पन्न हो जाता है। ये दोनों कर्तन प्रतिबल प्रिज्म के बिन्दु B की ओर कार्य करते हैं।

अभिलम्ब प्रतिबल,

$$\sigma_n = \frac{\sigma}{2}(1 + \cos 2\theta) + q \sin 2\theta \quad \dots(6)$$

और स्पर्शीय प्रतिबल,

$$\sigma_t = \frac{\sigma}{2} \sin 2\theta - q \cos 2\theta \quad \dots(7)$$



चित्र

समीकरण (7) को शून्य के बराबर रखने पर मुख्य समतली (अधिकतम तथा न्यूनतम अभिलम्ब प्रतिबल वाले समतलों) को ज्ञात किया जा सकता है। अतः

$$\frac{\sigma}{2} \sin 2\theta - q \cos 2\theta = 0$$

या,

$$\tan 2\theta = \frac{2q}{\sigma}$$

चित्र के अनुसार,

$$\tan 2\theta = \frac{2q}{\sigma} = \frac{FG}{EF}$$

∴ विकर्ण, $EG = \pm \sqrt{\sigma^2 + 4q^2}$

अतः विकर्ण के दो मान क्रमशः $\sqrt{\sigma^2 + 4q^2}$ तथा $-\sqrt{\sigma^2 + 4q^2}$ होंगे।

प्रथम स्थिति— विकर्ण $EG = \sqrt{\sigma^2 + 4q^2}$ लेने पर,

$$\sin 2\theta = \frac{2q}{\sqrt{\sigma^2 + 4q^2}} \text{ तथा } \cos 2\theta = \frac{\sigma}{\sqrt{\sigma^2 + 4q^2}}$$

अब समीकरण (6) में $\sin 2\theta$ तथा $\cos 2\theta$ के मान रखने पर उच्च मुख्य प्रतिबल (major principal stress) का मान प्राप्त किया जा सकता है। अतः

$$\text{उच्च मुख्य प्रतिबल (major principal stress)} = \frac{\sigma}{2} (1 + \cos 2\theta) + q \sin 2\theta$$

$$= \frac{\sigma}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + q^2}$$

द्वितीय स्थिति— विकर्ण EG का मान $-\sqrt{\sigma^2 + 4q^2}$ लेने पर,

$$\sin 2\theta = -\frac{2q}{\sqrt{\sigma^2 + 4q^2}} \text{ तथा } \cos 2\theta = -\frac{\sigma}{\sqrt{\sigma^2 + 4q^2}}$$

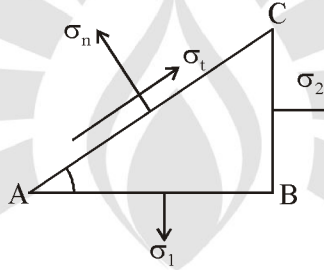
समीकरण (6) में ये दोनों मान रखने पर निम्न मुख्य प्रतिबल (minor principal stress) का मान प्राप्त किया जा सकता है। अतः

$$\begin{aligned}\text{निम्न मुख्य प्रतिबल (minor principal stress)} &= \frac{\sigma}{2} + \frac{\sigma}{2} \cos 2\theta + q \sin 2\theta \\ &= \frac{\sigma}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + q^2}\end{aligned}$$

2.1.3 दो परस्पर लम्ब दिशाओं में सीधे प्रतिबल

(Direct Stresses on Two Mutually Perpendicular Directions)

चित्र के अनुसार एक त्रिभुजाकार प्रिज्म पर दो प्रतिबल σ_1 तथा σ_2 क्रमशः परस्पर दो लम्ब दिशाओं में कार्य कर रहे हैं। प्रतिबल σ_1 प्रिज्म के फलक AB पर तथा σ_2 प्रिज्म के फलक BC पर कार्य करता है। हमें तिर्यक काट AC पर कार्यरत अभिलम्ब प्रतिबल (Normal stress) σ_n तथा स्पर्शीय प्रतिबल (tangential stress) σ_t के मान ज्ञात करने हैं।



चित्र

अभिलम्ब प्रतिबल,

$$\sigma_n = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cos 2\theta \quad \dots(8)$$

और स्पर्शीय प्रतिबल,

$$\sigma_t = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\theta \quad \dots(9)$$

समीकरण (8) से स्पष्ट है कि तिर्यक काट AC पर अभिलम्ब प्रतिबल σ_n का मान अधिकतम होगा जब $\cos 2\theta = 1$ या $\theta = 45^\circ$ होगा। इस कोण पर अधिकतम अभिलम्ब प्रतिबल (maximum normal stress) का मान समीकरण (8) से σ_1 होगा। इसी प्रकार अभिलम्ब प्रतिबल का मान न्यूनतम तब ही होगा जब $\cos 2\theta = -1$ या $2\theta = 180^\circ$ या $\theta = 90^\circ$ हो, और यह न्यूनतम अभिलम्ब प्रतिबल σ_2 के बराबर होगा।

इसी प्रकार तिर्यक काट AC पर कर्तन प्रतिबल का अधिकतम मान तब ही होगा जब $\sin 2\theta = 1$ या $2\theta = 90^\circ$ या 270° या $\theta = 45^\circ$ या 135° हो। अर्थात् कर्तन प्रतिबल का अधिकतम मान दो तलों पर प्राप्त होता है।

तिर्यक काट AC पर परिणामी प्रतिबल,

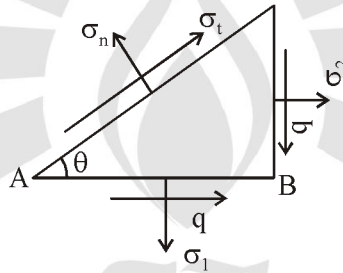
$$\begin{aligned}\sigma_r &= \sqrt{\sigma_n^2 + \sigma_t^2} \\ &= \sqrt{\sigma_1^2 \cos^2 \theta + \sigma_2^2 \sin^2 \theta}\end{aligned}$$

चित्र के अनुसार यदि परिणामी प्रतिबल (σ_r) अभिलम्ब प्रतिबल (σ_n) के साथ γ कोण बनाता है तो,

$$\tan \gamma = \frac{\sigma_t}{\sigma_n} = \frac{\left(\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}\right) \sin 2\theta}{\sigma_1 \cos^2 \theta + \sigma_2 \sin^2 \theta}$$

2.1.4 दो परस्पर लम्ब दिशाओं में लगे सीधे प्रतिबलों के साथ-साथ सरल कर्तन प्रतिबल (General Two-Dimensional Stress System)

माना कि चित्र के अनुसार एक त्रिभुजाकार प्रिज्म के समतलों AB तथा BC पर क्रमशः तनाव प्रतिबल σ_1 तथा σ_2 कार्य कर रहे हैं। माना कि समतल AB पर एक कर्तन बल q , AB दिशा में कार्य कर रहा है। सरल कर्तन प्रतिबल के सिद्धान्त के अनुसार एक और कर्तन प्रतिबल q त्रिभुजाकार प्रिज्म के फलक BC पर दिशा CB में कार्य करने लगेगा।



चित्र

अब तिर्यक काट AC के अभिलम्ब सभी बलों के घटक लेने पर, अभिलम्ब प्रतिबल

$$\sigma_n = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cos 2\theta + q \sin 2\theta \quad \dots(10)$$

तिर्यक काट AC के स्पर्शीय सभी बलों के घटक लेने पर, स्पर्शीय प्रतिबल

$$\sigma_t = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\theta - q \cos 2\theta \quad \dots(11)$$

अब समीकरण (11) को शून्य के बराबर रखने पर मुख्य समतलों को ज्ञात किया जा सकता है। अर्थात्

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\theta - q \cos 2\theta = 0$$

$$\therefore \tan 2\theta = \frac{2q}{\sigma_1 - \sigma_2} \quad \dots(12)$$

समीकरण (12) से 2θ के दो मान प्राप्त होते हैं जिनके बीच का अन्तर 180° का होता है या θ के दो मानों के बीच का अन्तर 90° का होता है अर्थात् दोनों मुख्य तल परस्पर लम्बवत् होते हैं। माना कि मुख्य तलों का अभिलम्ब अनुप्रस्थ काट (normal cross section) से झुकाव क्रमशः θ_1 तथा θ_2 है। अतः

$$\sin 2\theta_1 = \frac{+2q}{\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + 4q^2}}$$

व

$$\cos 2\theta_1 = \frac{+(\sigma_1 - \sigma_2)}{\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + 4q^2}}$$

तथा

$$\sin 2\theta_2 = \frac{-2q}{\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + 4q^2}}$$

$$\cos 2\theta_2 = \frac{-(\sigma_1 - \sigma_2)}{\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + 4q^2}}$$

समीकरण (10) में θ_1 तथा θ_2 के मान रखने पर मुख्य प्रतिबलों के मान ज्ञात किए जा सकते हैं।

$$\text{अतः मुख्य प्रतिबल (principal stress)} = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) \pm \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + 4q^2}$$

इस प्रकार, उच्च मुख्य प्रतिबल (major principal stress)

$$= \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) + \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + 4q^2}$$

तथा निम्न मुख्य प्रतिबल (minor principal stress)

$$= \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) - \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + 4q^2}$$

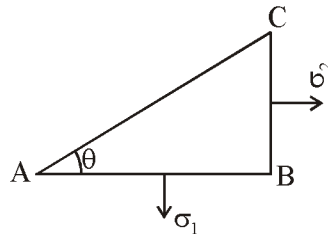
अधिकतम कर्तन वाले समतल, जो परस्पर लम्बवत् होते हैं मुख्य तलों से 45° पर झुके होते हैं।

अब अधिकतम कर्तन प्रतिबल (maximum shear stress) = (उच्च मुख्य प्रतिबल – निम्न मुख्य प्रतिबल)/2

$$= \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + 4q^2}$$

2.2 | मुख्य प्रतिबलों को ज्ञात करने की लेखा चित्रीय विधि (GRAPHICAL METHOD)

माना कि किसी त्रिभुजाकार त्रिज्म पर दो परस्पर लम्ब दिशाओं में तनावी प्रतिबल σ_1 तथा σ_2 कार्य कर रहे हैं। हमें त्रिज्यक काट AC पर उत्पन्न प्रतिबलों को ज्ञात करना है।



चित्र

PRACTICE SHEET

Objective Questions

- The planes subjected to only normal stress and no shear stress are known as :
वे समतल जिन पर केवल अभिलम्ब प्रतिबल (normal stresses) कार्य करें और कोई भी कर्तन प्रतिबल (shear stress) कार्य न करे, _____ कहलाते हैं:
(a) Principal plane (मुख्य तल)
(b) Maximum shear plane (अधिकतम कर्तन तल)
(c) Normal plane (लम्बवत तल)
(d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- The direct stresses on each principal plane are known as :
प्रत्येक मुख्य समतल पर लगे सीधे प्रतिबल _____ कहलाते हैं:
(a) Maximum stress (अधिकतम प्रतिबल)
(b) Maximum shear stress (अधिकतम कर्तन प्रतिबल)
(c) Major stress (मुख्य प्रतिबल)
(d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- The plane having maximum normal stress are known as :
वह समतल जिस पर अभिलम्ब प्रतिबल का मान अधिकतम हो _____ कहलाता है:
(a) Principal plane (मुख्य तल)
(b) Maximum stress plane (अधिकतम प्रतिबल तल)
(c) Maximum shear stress plane (अधिकतम कर्तन प्रतिबल तल)
(d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- Minimum normal stress is _____.
निम्न मान वाले अभिलम्ब प्रतिबल को _____ कहते हैं।
(a) Major principal stress (उच्च मुख्य प्रतिबल)
(b) Normal stress (अभिलम्ब प्रतिबल)
(c) Minor principal stress (निम्न मुख्य प्रतिबल)
(d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- Shear stress on two mutual perpendicular planes are :
दो परस्पर लम्ब समतल पर कर्तन प्रतिबल का मान होता है :
(a) Equal (समान) (b) Zero (शून्य)
(c) Maximum (अधिकतम) (d) Minimum (न्यूनतम)
- The planes of maximum shear stress has normal stress that is :
अधिकतम अपरूपण प्रतिबल के तल का सहज प्रतिबल होता है :
(a) Maximum (अधिकतम)
(b) Average of principal stresses (मुख्य प्रतिबलों का औसत)
(c) Zero (शून्य)
(d) Minimum (न्यूनतम)
- If σ_1 and σ_2 are principal stress, the shear stress on principal plane is given by :
यदि σ_1 तथा σ_2 मुख्य प्रतिबल हैं तब मुख्य समतल पर कर्तन प्रतिबल होगा :
(a) 0 (b) $\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}$
(c) $\frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}$ (d) $\sigma_1 \cdot \sigma_2$
- In two dimensional stress-strain analysis, the shear strain component along XY plane is written as :
दो अयामी स्ट्रेन विरलेपण में XY अक्ष के साथ शेयर विकृति को क्या लिखा जाता है :
(a) $\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial v}{\partial Y}$ (b) $\frac{\partial U}{\partial X} - \frac{\partial v}{\partial Y}$
(c) $\frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial v}{\partial X}$ (d) $\frac{\partial U}{\partial Y} - \frac{\partial v}{\partial X}$
- A cuboid loaded with three mutually perpendicular stress p. The volumetric strain is :
किसी घन पर तीन आपस में लम्ब प्रतिबल p कार्य कर रहे हैं। आयतन विकृति होगी :
(a) $\frac{3p}{E} (1 - 2v)$ (b) $\frac{E}{3p} (2v - 1)$
(c) $\frac{3p}{E} (2v - 1)$ (d) $\frac{E}{3p} (1 - 2v)$

10. If Mohr's circle for a state of stress becomes a point, the state of stress is :
यदि किसी प्रतिबल अवस्था के लिए मोहर वृत्त बिन्दु हो जाता है, तब वह प्रतिबल अवस्था होगी :
(a) Pure shear state of stress (शुद्ध अपरूपण प्रतिबल अवस्था)
(b) Uniaxial state of stress (अक्षीय प्रतिबल अवस्था)
(c) Identical principal stress (एकसमान प्रधान प्रतिबल अवस्था)
(d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
11. The resultant strain (e_z) for a body along Z-Z axis is :
किसी छड़ के Z-Z अक्ष पर छड़ में परिणामी विकृति (e_z) होती है :
(a) $\frac{p_z}{E} + \frac{vp_x}{E} + \frac{vp_y}{E}$ (b) $\frac{p_z}{E} - \frac{vp_x}{E} - \frac{vp_y}{E}$
(c) $\frac{vp_z}{E} - \frac{vp_x}{E} - \frac{p_y}{E}$ (d) $\frac{vp_z}{E} + \frac{p_x}{E} + \frac{vp_y}{E}$
12. The strain induced in XX, YY and ZZ direction of a body are e_x , e_y and e_z respectively. The volumetric strain will be :
किसी छड़ की XX, YY तथा ZZ अक्षों में उत्पन्न विकृति क्रमशः e_x , e_y तथा e_z होती हैं। आयतन विकृति का मान होगा :
(a) $e_v = e_x e_y e_z$ (b) $e_v = e_x + e_y + e_z$
(c) $e_v = \frac{e_x + e_y + e_z}{e_x e_y e_z}$ (d) $e_v = \frac{e_x e_y e_z}{e_x + e_y + e_z}$
13. Mohr's circle is used to determine following stress on an inclined plane :
मोहर वृत्त निम्न प्रतिबल को आनत तल पर ज्ञात करने के लिए प्रयोग किया जाता है—
(a) Principal stress (मुख्य प्रतिबल)
(b) Tangential stress (स्पर्शी प्रतिबल)
(c) Maximum shear stress (अधिकतम कर्तन प्रतिबल)
(d) All of the above (ऊपर के सभी)
14. Principal plane carries :
मुख्य तलों पर :
(a) Maximum normal stress and zero shear stress (अभिलम्ब प्रतिबल अधिकतम तथा कर्तन प्रतिबल शून्य होते हैं)
(b) Zero tensile and compressive stress (तनाव और संपीड़न प्रतिबल शून्य होते हैं)
(c) All stress are maximum (सभी प्रतिबल अधिकतम होते हैं)
(d) No stress (कोई प्रतिबल कार्य नहीं करता)
15. The section is subjected to a uniaxial tensile stress p , the tangential stress on a plane inclined at θ to the section is :
 p प्रतिबल लगे हुए परिच्छेद से θ कोण पर झुके तल पर उत्पन्न स्पर्शीय प्रतिबल होगा :
(a) $p^2 \sin 2\theta$ (b) $p \frac{\sin 2\theta}{2}$
(c) $p \sin 2\theta$ (d) $p \cos 2\theta$
16. The section is subjected to a stress p , the normal stress on a plane inclined at θ to the section is :
प्रतिबल p लगे हुए परिच्छेद से θ कोण पर झुके तल पर उत्पन्न अभिलम्ब प्रतिबल होगा—
(a) $p \cos^2 \theta$ (b) $p^2 \cos^2 \theta$
(c) $p \sin^2 \theta$ (d) $p \cos^2 \theta$
17. The planes of maximum shear stress with reference to principal plane are located in Mohr's circle at :
मोहर वृत्त में अधिकतम कर्तन प्रतिबल मुख्य तल से निम्न कोण पर कार्य करता है—
(a) 30° (b) 45°
(c) 60° (d) None (कोई नहीं)
18. The principal plane is one which carries :
मुख्य तल वे होते हैं जिन पर कार्य करता है :
(a) No shear stress (कोई कर्तन प्रतिबल नहीं)
(b) Maximum shear stress (अधिकतम कर्तन प्रतिबल)
(c) No direct stress (कोई भी सीधे प्रतिबल नहीं)
(d) Maximum resultant stress (अधिकतम परिणामी प्रतिबल)

19. The maximum shear stress in Mohr circle is :

मोहर वृत्त में अधिकतम कर्तन प्रतिबल होता है :

- (a) Equal to radius of Mohr circle (मोहर वृत्त की त्रिज्या के बराबर)
- (b) More than radius of Mohr circle (मोहर वृत्त की त्रिज्या के अधिक)
- (c) Less than radius of Mohr circle (मोहर वृत्त की त्रिज्या से कम)
- (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)

20. The radius of Mohr circle is-

मोहर वृत्त की त्रिज्या की होती है—

- (a) $\sqrt{\left(\frac{p_x - p_y}{2}\right)^2 + (q)^2}$
- (b) $\frac{p_x - p_y}{2}$
- (c) $\sqrt{\left(\frac{p_x + p_y}{2}\right)^2 + (q)^2}$
- (d) $\sqrt{\left(\frac{p_x - p_y}{2}\right)^2 - (q)^2}$

21. In two dimensional stress system, the direct normal stress and shear stress on two mutual perpendicular planes are p_x , p_y and q respectively. The normal stress on plane at an angle θ is :

द्वि-विमीय प्रतिबल पद्धति में किन्हीं दो लम्ब फलकों पर सीधे प्रतिबल p_x तथा p_y और कर्तन प्रतिबल q कार्य कर रहे हैं। तब आनत तल, जो क्षैतिज से θ कोण बनाता है, पर अभिलम्ब प्रतिबल होगा—

- (a) $\frac{p_x - p_y}{2} \sin 2\theta + q \cos 2\theta$
- (b) $\frac{p_x + p_y}{2} + \frac{p_y - p_x}{2} \cos 2\theta + q \sin 2\theta$
- (c) $\frac{p_x + p_y}{2} \cos 2\theta + q \sin 2\theta$
- (d) $\frac{p_x + p_y}{2} + \frac{p_y - p_x}{2} \sin 2\theta + q \cos 2\theta$

22. In question 21, the shear stress is given by -

प्रश्न 21 में दिए आनत तल पर स्पर्शीय प्रतिबल होगा—

- (a) $\frac{p_y - p_x}{2} \sin 2\theta - q \cos 2\theta$
- (b) $\frac{p_y - p_x}{2} \sin 2\theta + q \cos 2\theta$
- (c) $\frac{p_y + p_x}{2} \sin 2\theta + q \cos 2\theta$
- (d) $\frac{p_y + p_x}{2} \cos 2\theta + q \sin 2\theta$

23. In question 21, the major principal stress is given by

प्रश्न 21 में दिए आनत तल पर अधिकतम मुख्य प्रतिबल होगा—

- (a) $\frac{p_y + p_x}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(p_y - p_x)^2 + 4q^2}$
- (b) $\frac{p_y - p_x}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(p_y - p_x)^2 + 4q^2}$
- (c) $\frac{p_y + p_x}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(p_y + p_x)^2 + 4q^2}$
- (d) $\frac{p_y - p_x}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(p_y + p_x)^2 + 4q^2}$

24. In question 21, the minor principal stress is given by

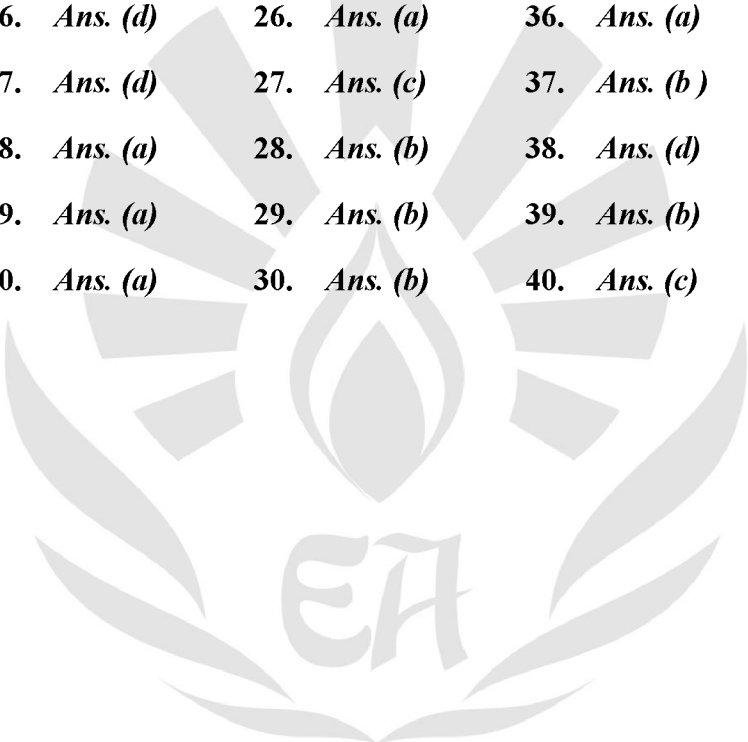
प्रश्न 21 में दिए आनत तल पर निम्न मुख्य प्रतिबल होगा—

- (a) $\frac{p_y - p_x}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(p_y + p_x)^2 + 4q^2}$
- (b) $\frac{p_y + p_x}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(p_y + p_x)^2 + 4q^2}$
- (c) $\frac{p_y - p_x}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(p_y - p_x)^2 + 4q^2}$
- (d) $\frac{p_y + p_x}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(p_y - p_x)^2 + 4q^2}$

ANSWER SHEET

- | | | | | |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| 1. Ans. (a) | 11. Ans. (b) | 21. Ans. (b) | 31. Ans. (a) | 41. Ans. (c) |
| 2. Ans. (c) | 12. Ans. (b) | 22. Ans. (b) | 32. Ans. (c) | 42. Ans. (d) |
| 3. Ans. (a) | 13. Ans. (d) | 23. Ans. (a) | 33. Ans. (a) | 43. Ans. (d) |
| 4. Ans. (c) | 14. Ans. (a) | 24. Ans. (d) | 34. Ans. (a) | 44. Ans. (c) |
| 5. Ans. (a) | 15. Ans. (b) | 25. Ans. (b) | 35. Ans. (a) | 45. Ans. (c) |
| 6. Ans. (b) | 16. Ans. (d) | 26. Ans. (a) | 36. Ans. (a) | |
| 7. Ans. (a) | 17. Ans. (d) | 27. Ans. (c) | 37. Ans. (b) | |
| 8. Ans. (c) | 18. Ans. (a) | 28. Ans. (b) | 38. Ans. (d) | |
| 9. Ans. (a) | 19. Ans. (a) | 29. Ans. (b) | 39. Ans. (b) | |
| 10. Ans. (c) | 20. Ans. (a) | 30. Ans. (b) | 40. Ans. (c) | |

□□□



ENGINEERS ACADEMY